



Gimnazija i strukovna škola
Jurja Dobrile Pazin

Pula, 4.10.2007.

Zornost u pismenim ispitima

- primjer iz nastavne prakse

Prezentaciju pripremili:

Robert Gortan

Vesna Vujasin Ilić



Matematika je . . .



...znanost čije su postavke egzaktne, ali nerazumljive i apstraktne za veliki broj učenika.





Što je zadatak nastavnika?

Približiti učenicima matematiku kao znanost kroz nastavni predmet, naučiti ih povezivati sadržaje, zaključivati, istraživati te razviti interes i time povećati motivaciju za rad.

Treba voditi računa o uzrastu učenika i mogućnostima učeničke apsorpcije.
Pitanje je kako to postići.

Uz ostale didaktičke principe, pomoć nam pruža **uporaba zornosti**. Koristi se u nastavnom procesu pri obradi, uvježbavanju, usustavljanju.

Koristi li se i u kojoj mjeri zornost i u izradi pismenih ispita? Jesu li dovoljno primijenjene mogućnosti zornih pismenih provjera?

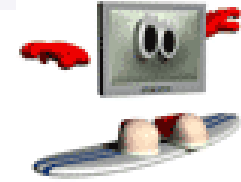




Što omogućuje zornost učenicima?

- na osnovu usvojenih činjenica induktivno **izvoditi generalizacije**, odnosno **formirati** pojmove, simbole, zakone, pravila, formule, jednažbe i dr.
- **prijelaz** od konkretnog prema apstraktnom s ciljem - da deduktivnom metodom prihvaćenu apstrakciju konkretiziraju novim činjenicama.

Zornost...



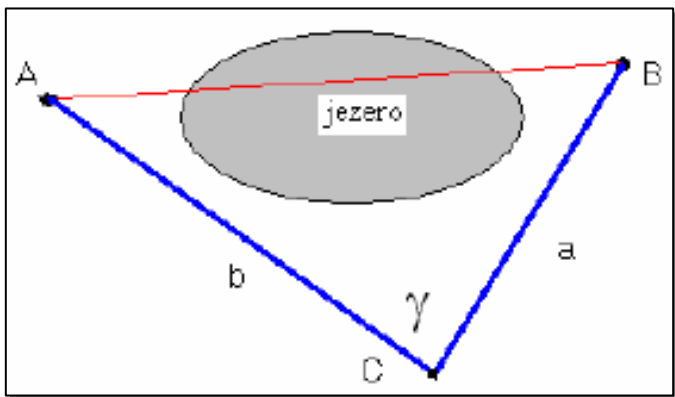
- ...s primjenom u nastavi ne treba pretjerivati jer mnogo novih, posebno heterogenih činjenica uvelike otežava generalizaciju.
- ...ne može i ne smije biti sama sebi svrha, već je samo jedna od smjernica u dinamičkom procesu učenja.
- ...potiče razumijevanje i olakšava učenje.

Gdje se koristi zornost u nastavi?

A. Pri obradi novog gradiva

uvode se simboli, formiraju se pojmovi, objašnjavaju se definicije, izvode se formule, crtaju se grafički prikazi, koriste se modeli geometrijskih tijela,...





Slika 1: Obrada - primjena kosinusovog poučka

KRUG I KRUŽNICA

Kružnica - skup točaka ravnine jednako udaljenih od središta.

oznaka: $k(S,r) \quad |ST|=r$

Krug - skup točaka ravnine čija je udaljenost od središta manja ili jednaka r .

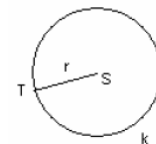
oznaka: $K(S,r) \quad |ST| \leq r$

Krug je ograničeni dio ravnine omeđen kružnicom.

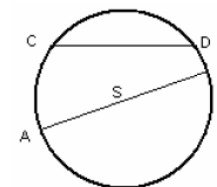
Tetiva - dužina koja spaja dvije točke na kružnici \overline{CD}

Promjer (dijametar) - najdulja tetiva kružnice koja prolazi središtem kružnice. \overline{AB}

Promjer dijeli kružnicu na dva polukruga.



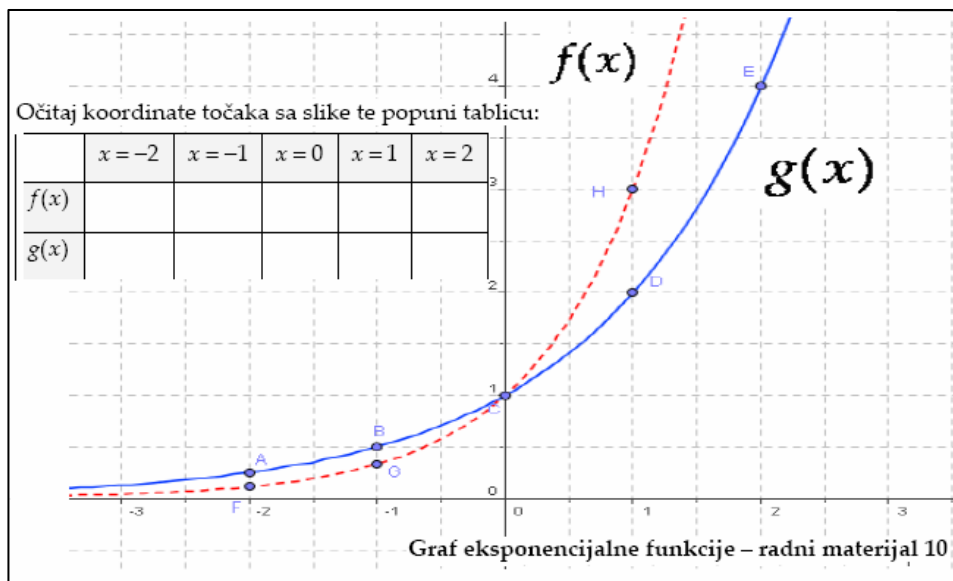
r - polumjer, S - središte



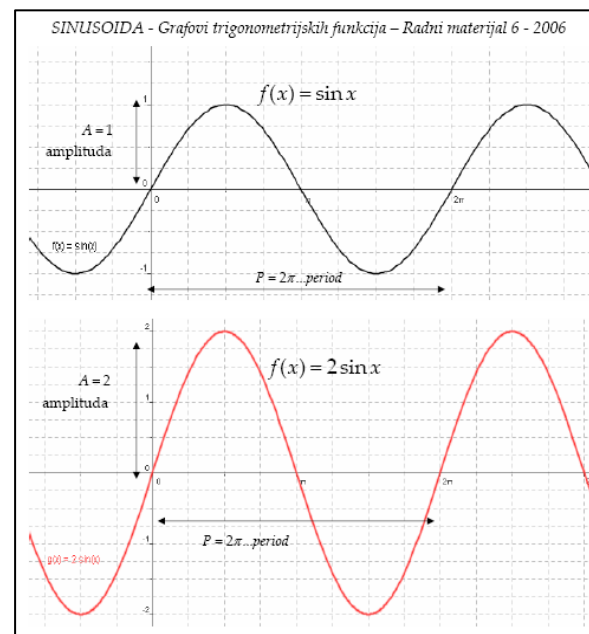
Opseg kruga $O = 2r\pi$

Površina kruga $P = r^2\pi$

Slika 2: Obrada - krug i kružnica - osnovni pojmovi



Slika 3: Obrada - graf eksponencijalne funkcije



Slika 4: Obrada - sinusoida

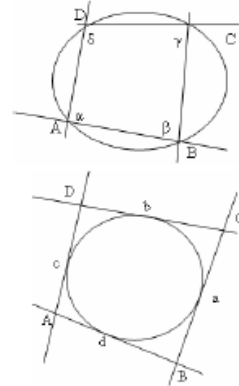


Gdje se koristi zornost u nastavi?

B. Pri uvježbavanju zadataka

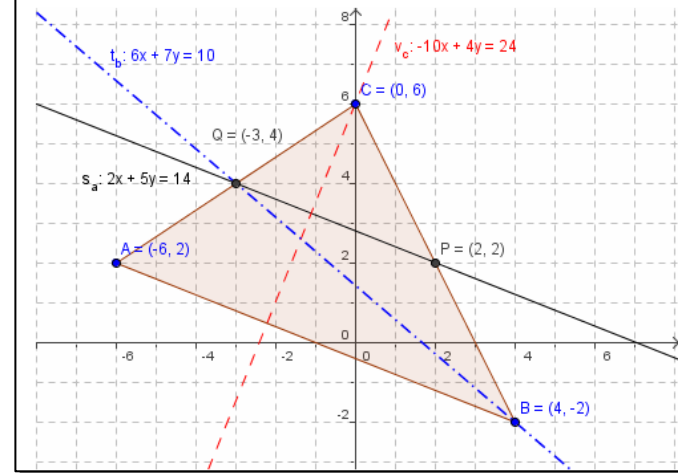
crtaju se skice, koriste se različite vrste i načini provjere točnosti rezultata, primjenjuje se matematička teorija u zadacima...

10. Oduzmu li se mjere središnjeg i njemu odgovarajućeg obodnog kuta dobiva se 122° . Koliki su ti kutovi?
11. U tetivnom četverokutu $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 5 : 16$. Odredi kutove.
12. Ako mjere dvaju susjednih kutova tetivnog četverokuta iznose $103^\circ 45' 36''$ i $68^\circ 39' 45''$, kolike su mjere ostalih dvaju kutova tog četverokuta?
13. Jedan se par suprotnih kutova tetivnog četverokuta odnosi kao $4 : 5$, a drugi kao $2 : 3$. Koliki su kutovi tog tetivnog četverokuta?
14. Opseg tangencijalnog četverokuta je 484 cm, a stranice se odnose kao $a : c = 2 : 9$ i $b : d = 3 : 19$, odredi stranice četverokuta.



Slika 5: Zadaci - krug i kružnica

1. Zadan je trokut s koordinatama $A(-6,2)$, $B(4,-2)$ i $C(0,6)$. Odredi:
 - a. Jednadžbu težišnice na stranicu b
 - b. Jednadžbu srednjice nasuprot stranice a
 - c. Jednadžbu visine na stranicu c



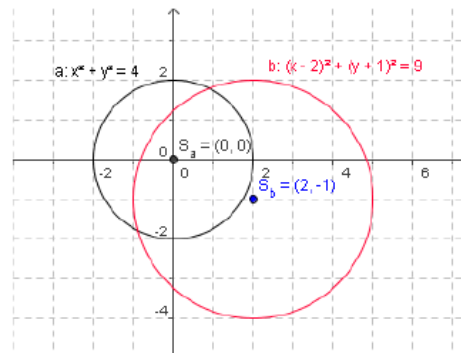
Slika 6: Zadaci - jednadžba pravca

RM 19 - KRUŽNICA – Jednadžba kružnice – 1.dio- RJEŠENJA

1. Odredi koordinate središta kružnice, polumjer kružnice i nacrtaj:

a. $x^2 + y^2 = 4$

b. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$



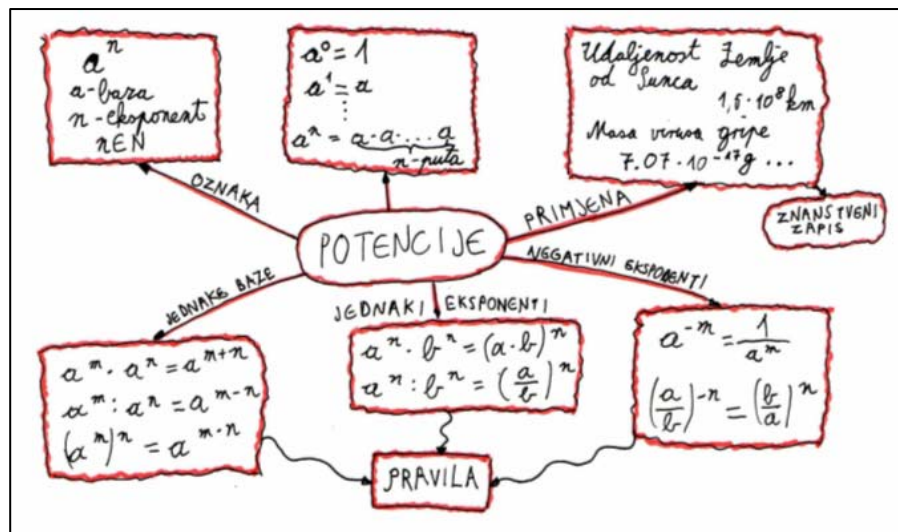
Slika 7: Zadaci - jednadžba kružnice



Gdje se koristi zornost u nastavi?

C. **Pri usustavljivanju gradiva**

povezivanje novih sa stečenim znanjima,
„zaokruživanje cjeline“ (grozdovi,
mentalne mape,...)



Slika 8: Učnički rad - potencije

Prikaži i zapiši rješenja linearnih nejednadžbi ako je $a \in \mathbb{R}^+$:

$|x| < a$ Rješenje: _____

$|x| \leq a$ Rješenje: _____

$|x| \geq a$ Rješenje: _____

$|x| > a$ Rješenje: _____

Slika 9: Usustavljanje – intervali

SISTEMATIZACIJA GRADIVA (10) – Grafovi funkcije s modulima i pravac – 25.4.2007.

1. Kojim funkcijama pripadaju sljedeći grafovi?

SLIKA 1 SLIKA 4

SLIKA 2 SLIKA 5

SLIKA 3 SLIKA 6


Slika 10: Usustavljanje - graf s modulima

2. Na slikama su dani grafovi linearnih funkcija.

- očitaj sa grafa jednačbu pravca.
- pretvori jednačbu pravca u ostale oblike
- odredi sjecišta pravca s koordinatnim osima
- odredi površinu trokuta što ga graf zatvara s koordinatnim osima
- odredi duljine odsjeka pravca između koordinatnih osi (dvije decimale)

SLIKA 1 SLIKA 3 SLIKA 2 SLIKA 4

Slika 11: Usustavljanje - jednačba pravca



Što je s pismenim ispitima i ostalim pismenim provjerama znanja?

- Jesu li zaista **prilagođeni** učenicima?
- Može li rješavanje nekoliko tekstom ispisanih zadataka prikazati **stvarno znanje učenika**?
- I svodi li se onda provjera na **reprodukciju**?

Navedena pitanja je moguće zamijeniti pitanjem:


«Koristimo li i u kojoj mjeri zornost i u izradi pismenih ispita?»

Odnosno, jesu li dovoljno primijenjene mogućnosti zornih pismenih provjera?



Pri sastavljanju pismenih ispita treba voditi računa da:


- zadaci budu **primjerene težine**, stupnjevani od lakšeg prema težem.
- zadaci budu **ciljani**.
- imaju **primjenu** u svakodnevnom životu (ukoliko je moguće).
- **nisu dvosmisleni**.



Učeniku **treba biti jasno** što se u svakom zadatku traži, a način na koji će riješiti zadatke ovisi o usvojenom znanju i njegovoj kreativnosti.

Ispiti znanja predstavljaju **logički slijed** poučavanja, uvježbavanja i usustavljivanja gradiva za učenike te potvrdu o odnosu uloženog i ostvarenog.

Naime, načini obrade i provjere morali bi biti u potpunosti **uskladeni**. Važno je naučiti učenike praktično primijeniti stečeno znanje na novom, problemskom zadatku, ali ne po prvi puta na ispitu.

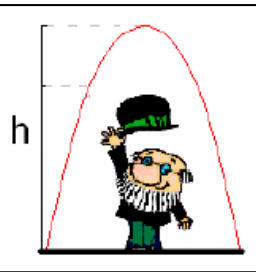


Ako se na takav način pripremi i vodi učenike, oni će znati što se i kako od njih na ispitu i očekuje. Da zaključimo, **ono što je nama kao nastavnicima zorno, ne mora biti i učenicima.**

Na koji način postići da učenicima ispiti budu **jasni, konkretni i razumljivi**? Uz «klasične» zadatke, u područjima u kojima je to moguće, korištenjem **različitih tipova zadataka.**

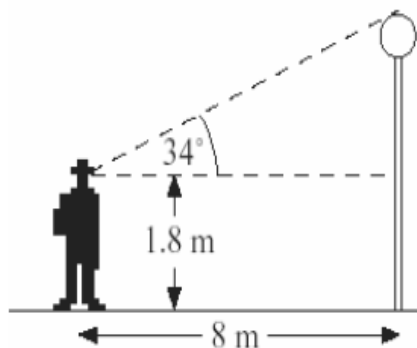
1. Klasično postavljen zadatak s pričom i slikom

7. Vrata na ulazu u BaltazarGrad opisana su funkcijom $f(x) = -x^2 + 6x - 7$.
Može li najviši stanovnik BaltazarGrada proći kroz vrata (bez saginjanja) ako je njegova visina 2.10 m?



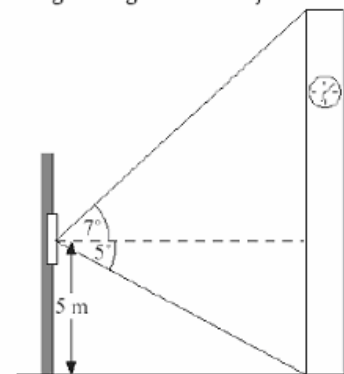
Slika 12: Polinom drugog stupnja

6. Čovjek stoji na udaljenosti od 8 m od cestovne lampe. Odredi visinu lampe ako njezin vrh vidi pod kutom od 34° .



Slika 13: Trigonometrija pravokutnog trokuta

7. S hotelskog prozora na visini od 5 m turist gleda gradski sat. Vrh sata vidi pod kutom od 7° , a dno pod kutom od 5° . Koliko je hotel udaljen od gradskog sata i kolika je visina gradskog sata?



Slika 14: Trigonometrija pravokutnog trokuta

Klasični zadaci mogu se približiti učenicima ukoliko se osvježe pričom i poprate odgovarajućom slikom. Kasnije ih učenici mogu jednostavnije primijeniti na zadatke iz svakodnevnog života.

2. Zadatak s ponuđenim rješenjima

11. Dio formule za računanje kuba razlike je (zaokruži točan odgovor):

a) $a^3 - b^3$ b) $a^2 - b^2$ c) $(a - b)^3$ d) $(a + b)^3$

Slika 15: Algebarski izrazi

3. Rješenje jednadžbe $\sin x = 0$ je (zaokruži točan odgovor)

- a. $\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
b. $2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
c. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Slika 17: Trigonometrijske jednadžbe

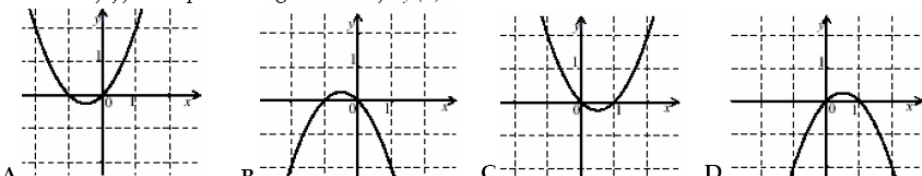
PREZIME I IME: _____ 2d BOD / % / OCJENA: _____ / _____ / _____

PISMENI ISPIT ZNANJA – Kvadratna funkcija - Pazin, 12.2.2007.

1. Funkcija $f(x) = -2(x+4)^2 + 3$ u tjemenu ima _____ vrijednost. (najmanju ili najveću).

2. Funkcija $f(x) = x^2 + 3$ ima:
A. nula nultočaka B. jednu nultočku C. dvije nultočke D. tri nultočke

3. Na kojoj je slici prikazan graf funkcije $f(x) = -x^2 - x$?



Slika 16: Polinom drugog stupnja

Zadatak s ponuđenim rješenjima može učenika asociirati na točno rješenje. Pomno izabranim netočnim mogućnostima, nastavnik otkriva razinu znanja učenika.

4. Poveži pojmove ili zadatke s rješenjima

8. Realne brojeve poveži s odgovarajućim decimalnim zapisom:

- | | |
|-----------------------------|--|
| a. $0.9\overline{16}$ _____ | 1. konačan decimalni broj |
| b. $0.\overline{3}$ _____ | 2. periodičan decimalni broj |
| c. 0.2 _____ | 3. mješovito periodični decimalni broj |

Slika 20: Skupovi brojeva

12. Poveži pojmove:

$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$	Niz je divergentan
$x = a + a + a + a + \dots$	$x = 2$
$x = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$	Niz je konvergentan
$a_n = (-1)^n$	Suma ne postoji
$x = 1 + 2 + 3 + \dots$	$x = na$

1

Slika 21: Nizovi i redovi

Spajanje, odnosno povezivanje pitanja s odgovorima korisno je u zadacima kojima se želi provjeriti poznavanje odnosa više povezanih činjenica iz određene nastavne cjeline.

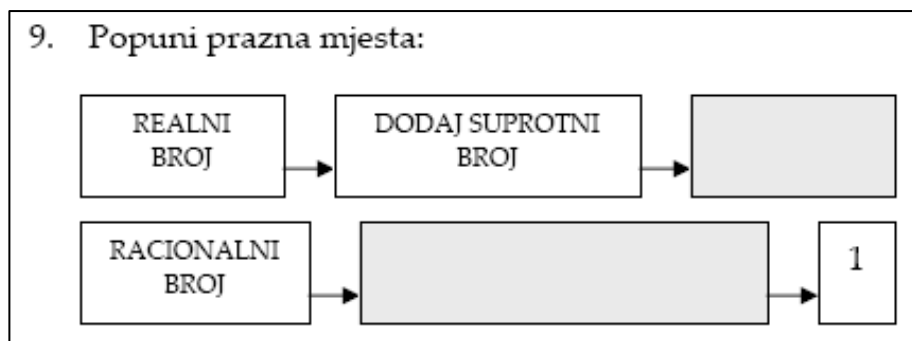
5. Izbaci uljeza

2. Prekriži uljeza: $N \subset Z$ $I \subset Q$ $Q \subset R$ $Z \subset R$

Slika 22: Skupovi brojeva

Već se samim tekstom zadatka postiže **dojam igre**. Nizom pretpostavki od kojih su jedna ili više netočnih ispituje se poznavanje odnosa u cjelini.

6. Nadopuni



Slika 23: Skupovi brojeva

13. Nadopuni:


a. $(__ + 3)^2 = a^2 + 6a + __$

b. $(4x + __)(__ - 5y) = 16x^2 - __$

c. $(__ + 3)(4x^2 - __ x + 9) = __ + 27$

Slika 24: Algebarski izrazi

PREZIME I IME: _____ 2d BOD / % / OCJENA: _____ / _____ / _____

 3. PISMENI ISPIT ZNANJA – KVADRATNA FUNKCIJA (naknadno) Pazin, 5.3.2007.

- Kvadratna funkcija je funkcija oblika _____ gdje su _____, _____ i _____ realni brojevi takvi da je _____.
- Ako je $a < 0$ maksimalna vrijednost funkcije je _____ u točki s apscisom _____.
- Nacrtaj graf funkcije $f(x) = 2(x - 3)^2 - 2$. Funkcija poprima **najmanju** vrijednost $y = __$ za $x = __$. Te koordinate odgovaraju _____ parabole.
- Koje su koordinate tjemena parabole zadane formulom $f(x) = -(x - 4)^2 + 5$? T(_____, _____).

Slika 25: Polinom drugog stupnja

U zadacima s nadopunom treba pripaziti da zadatak bude zaista jednoznačno zadan. Može se primijeniti u i teorijskim zadacima.

7. Višestruki izbor

2. Zaokruži točne odgovore:

a. $Q \cap I = \emptyset$

b. $Q \cup I = \emptyset$

c. $Q \cap I = R$

d. $Q \cup I = R$

Slika 26: Skupovi brojeva

2. U skupu brojeva $\{-2, \sqrt{3}, \pi, \sqrt{9}, -\sqrt{16}, \sqrt{26}, 5\}$ odredi:

a. Iracionalne brojeve _____

b. Prirodne brojeve _____

c. Cijele brojeve _____

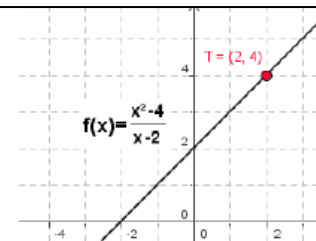
Slika 27: Skupovi brojeva

U zadacima višestrukog izbora postoji mogućnost da više rješenja u zadatku može biti točno. Kroz tekst zadatka treba biti jasno koliko je odgovora točno.

8. Rješenje → zadatak

Slika 28: Funkcije

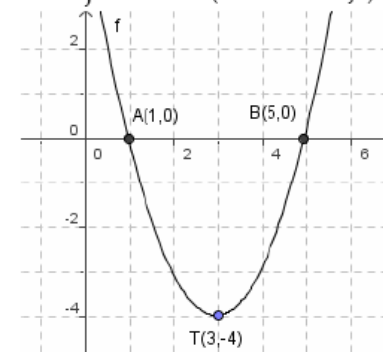
11. Funkcija na slici je neprekidna u točki T(2,4). DA NE Objasni.



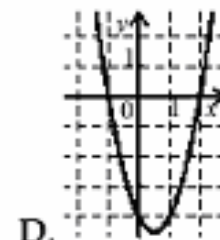
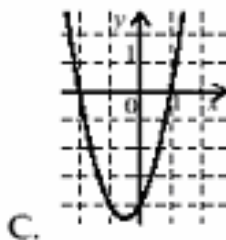
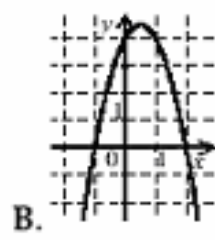
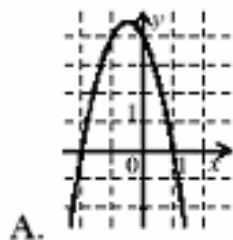
12. Ako je $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$, funkcija je _____.

13. Odredi kodomenu, intervale monotonosti, ograničenost i tok funkcije na slici (bez računanja).

- a. kodomena $K_f =$ _____
- b. I.R. _____ I.P. _____
- c. Ograničenost _____
- d. Tok funkcije:



7. Na kojoj je slici prikazan graf funkcije $f(x) = -2(x+2)(x-1)$?



Slika 29: Polinom drugog stupnja

Zanimljiv je inverzni način zadavanja u kojem iz rješenja (primjerice grafa) dobivamo zadatak (primjerice jednađbu). Do nastavnika dolazi povratna informacija o stečenoj višoj razini znanja od klasičnog načina provjere.

9. Kombinacija navedenih (i navedenih) oblika zadataka

4. Navedi 3 načina zadavanja funkcije: _____, _____ i _____.

5. Graf funkcije definira se s $\Gamma_f = \{ \quad \quad \quad \}$

6. Graf linearne funkcije $f(x) = ax + b$ je _____ koji raste ako vrijedi _____.

7. Kodomena je najveća od svih slika funkcije. DA NE

8. Funkcija $f(x) = 2x + 3$ je zadana u analitičkom obliku. DA NE

9. Pomoću slike odgovori na pitanja:

a. Nacrtna krivulja je graf funkcije DA NE

b. Funkcija na slici je injektivna DA NE

c. Vertikalni test koristimo u odgovoru na pitanje _____, a horizontalni test u odgovoru na pitanje _____.

Slika 30: Kombinacija oblika zadataka – primjer 1

Slika 31: Kombinacija oblika zadataka – primjer 2

Teorijska provjera znanja - pravac (naknadno)- 31.5.2007.

IME I PREZIME _____ 3c bodovi / % / ocjena ____ / ____ / ____

A. TOČNO - NETOČNO:

1. Nagib pravca koji prolazi točkama $A(1,1)$ i $B(1,5)$ jednak je 1. T N

2. Pravci $y - 1 = 0$ i $x + 2 = 0$ su međusobno paralelni. T N

3. Pravac $y = ax + b$ presjeca ordinatnu os u točki s koordinatama $(0, b)$ T N

B. DOPUNI REČENICE:

1. U koordinatnom sustavu os x nazivamo _____, os y nazivamo _____, a njihovo sjecište je _____ koordinatnog sustava.

2. Formula za udaljenost točaka $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ glasi: _____. Oblici jednadžbe pravca su: _____ i _____.

3. Ortocentar trokuta je točka u kojoj se sijeku _____ trokuta.

4. Ako pravac prolazi točkama $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, koeficijent smjera k je _____.

C. ZAOKRUŽI TOČAN ODGOVOR:

1. Svaka točka na osi apscisa ima koordinate:
 A. $(x, 0)$ B. (y, y) C. $(x, -x)$ D. $(0, y)$

2. Kvadrant u kojem za točku $T(x, y)$ vrijedi $x < 0, y < 0$ je
 A. I B. II C. III D. IV

3. Koja od jednadžbi pravaca ne predstavlja simetrale kvadranta:
 A. $y = x$ B. $y = -x$ C. $y = 0$ D. $y + x = 0$

4. Dužina koja spaja polovišta dviju stranica stranice trokuta je:
 A. visina B. srednjica C. težišnica D. simetrala stranice

5. Pravac $x = 5$ je:
 A. paralelan s osi x B. paralelan s osi y
 C. ništa od navedenog D. simetričan u odnosu na ishodište

D. JEDNADŽBU PRAVACA NAPIŠI U ODGOVARAJUĆEM OBLIKU:

1. Implicitni oblik pravca b je _____.

2. Segmentni oblik pravca e je _____.

3. Implicitni oblik pravca c je _____.

Bodovanje zadataka u ispitu

treba biti **jasno i transparentno** te motivirajuće za učenika. Tekst zadataka bez vidljivih bodova kod učenika povećava stres pri čekanju rezultata ispita i onemogućava procjenu dobivene ocjene.

7. (2) Nadopuni svojstvo _____ relacije uređaja: $a, b, c \in ______ , a < b$ i $b < c \Rightarrow ______ .$

8. (2) Interval $[a, b) = \{ ______ \}$ naziva se _____ interval.

9. (4) Napiši odgovarajućim oznakama za intervale i prikaži grafički:

a. Skup svih realnih brojeva x većih od -2 i manjih od 4 _____

b. Skup svih realnih brojeva x manjih od 2 ili većih od 1 _____

10. (2) Zadani su skupovi $A = \langle -1, 2 \rangle$ i $B = \langle 2, 4 \rangle$

a. $A \cap B =$ _____

b. $A \cup B =$ _____

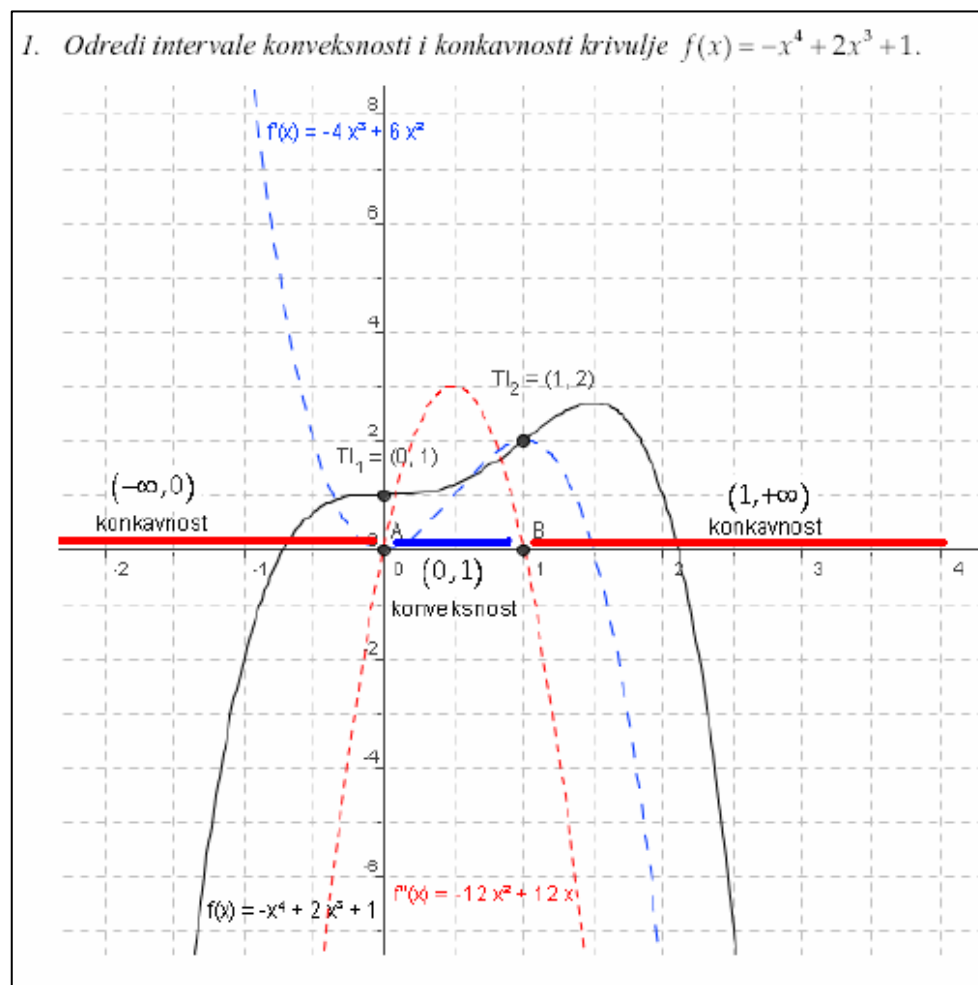
Slika 32:
Bodovanje zadataka
u provjeri znanja

Analiza ispita

obavezna je nakon svakog ispita, a često zanemaruje.

Učenik će iz kvalitetno provedene analize ustanoviti greške kako ih ne bi ponavljao kroz sljedeće provjere.

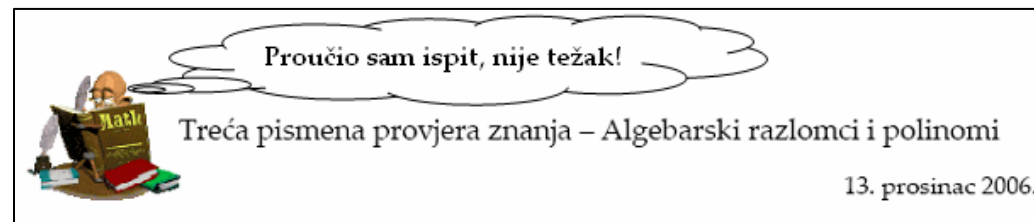
Uz «klasičnu analizu» na ploči i bilježnici, mogu se koristiti i **prozirnice**, prezentacije te **računalni programi** (pr. Geogebra) kojima se povećava razina zornosti kod učenika.




Slika 33: Analiza zadatka (Geogebra)

ZAKLJUČAK

Razvoj tehnologije, a osobito računala i računalnih programa znatno je **unaprijedio mogućnosti uvođenja zornosti u sve faze nastavnog procesa** te smanjio primjenu starog «kreda-spužva-ploča» modela rada. Pored dobrog odabira zadatka, velika je važnost **grafičkog uređivanja** ispita. Naime i složeni ispit za učenika postaje «friendly» ako je nadopunjen sličicom ili porukom ohrabrenja.



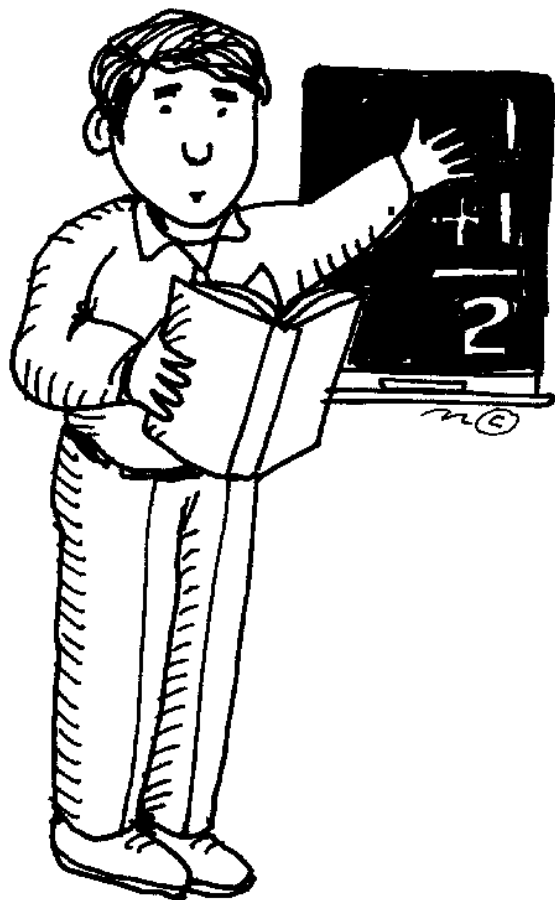
Slika 34: Malo ohrabrenja uz pismeni ispit



Uz navedene tehnike postoji mogućnost usavršavanja primjene zornosti u radu s nadarenim učenicima, a posebno kod učenika s prilagođenim programom.

Provjere se mogu provesti kroz različite igre, timski i zadavanjem dodatnih (nagradnih) zadataka.

Pismeni ispiti također mogu učiniti matematiku zanimljivijom ako se dobro i kvalitetno osmisle i realiziraju.



Zahvaljujemo na pažnji...

Vesna

i

Robi